



✓ Neler Öğrendik

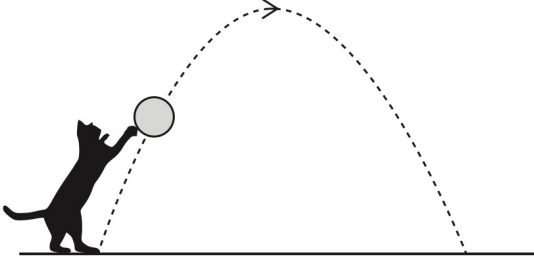
► $a, r, k \in \mathbb{R}; r > 0, k > 0$ ve $a \neq 0$ olmak üzere gerçekte sayılarda $f(x) = x^2$ şeklinde tanımlı karesel referans fonksiyonundan türetilen $g(x) = a \cdot (x + r)^2 + k$ fonksiyonunun grafiği aşağıdaki adımlar uygulanarak çizilebilir.

- 1. adım:** $f(x) = x^2$ referans fonksiyonunun grafiği x eksenini boyunca negatif yönde r birim ötelenerek $m(x) = (x + r)^2$ fonksiyonunun grafiği çizilir.
- 2. adım:** $m(x) = (x + r)^2$ fonksiyonunun değerlerini a katına eşleyen $n(x) = a \cdot (x + r)^2$ fonksiyonunun grafiği çizilir.
- 3. adım:** $n(x) = a \cdot (x + r)^2$ fonksiyonunun grafiği y eksenini boyunca pozitif yönde k birim ötelenerek $g(x) = a \cdot (x + r)^2 + k$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

| Fonksiyonun | | |
|--------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Cebirsel Temsili | Grafik Temsili | |
| $g(x) = a \cdot (x + r)^2 + k$ | $a > 0, r > 0, k > 0$ | $a < 0, r > 0, k > 0$ |
| | | |

► $a, r, k \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $f(x) = a \cdot (x + r)^2 + k$ tam kare formunda verilen f fonksiyonunun $a > 0$ ve $a < 0$ durumlarındaki nitel özellikleri aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

| Nitel Özellikler | $a > 0$ | $a < 0$ |
|----------------------|-------------------|-------------------|
| Tanım Kümesi | \mathbb{R} | \mathbb{R} |
| Görüntü Kümesi | $[k, \infty)$ | $(-\infty, k]$ |
| Azalan Olduğu Aralık | $(-\infty, -r]$ | $[-r, \infty)$ |
| Artan Olduğu Aralık | $[-r, \infty)$ | $(-\infty, -r]$ |
| Minimum Noktası | $(-r, k)$ | yoktur |
| Maksimum Noktası | yoktur | $(-r, k)$ |
| Bire Birliği | bire bir değildir | bire bir değildir |
| Örtenliği | örten değildir | örten değildir |
| Simetri Doğrusu | $x = -r$ | $x = -r$ |

**Bağlam Temelli Maarif Soru**

Yukarıda, bir kedinin pati darbesiyle havaya fırlattığı yumağın hareketini gösteren bir görsel verilmiştir. Yumağın zamana (sn) bağlı yerden yüksekliği (m)

$$f(t) = -\frac{1}{4}(t-2)^2 + 1$$

şeklinde tanımlı bir karesel fonksiyon ile modellenmiştir.

Buna göre

- a. Yumağın toplam kaç saniye havada kaldığını bulunuz.

- b. Yumağın maksimum yüksekliğini ve bu yüksekliğe kaçınıcı saniyede ulaştığını bulunuz

- c. Yumağın kaç saniye boyunca yukarıya doğru ve kaç saniye boyunca aşağıya doğru hareket ettiğini bulunuz.

- ç. Yumağın kaçınıcı saniyelerde yere temas ettiğini bulunuz.

Bağlam Temelli Maarif Soru

Bir kahve işletmesi satılan soğuk kahve sayısına (x) bağlı olarak TL cinsinden maliyet ve gelir fonksiyonlarını sırasıyla $m(x) = 20x + 100$ ve $g(x) = -3x^2 + 80x + 1700$ şeklinde modellemiştir. Kâr fonksiyonu, gelir fonksiyonundan maliyet fonksiyonunun çıkarılmasıyla elde edilmektedir.

Buna göre

- a. İşletmenin kârının maksimum olması için kaç adet soğuk kahve satması gerektiğini bulunuz.

- b. İşletmenin elde edeceği maksimum kârın kaç TL olduğunu hesaplayınız.





✓ Neler Öğrendik

► $a, r, k \in \mathbb{R}; a \neq 0$ olmak üzere negatif olmayan gerçel sayılarda $f(x) = \sqrt{x}$ şeklinde tanımlı karekök referans fonksiyonundan türetilen $g(x) = a \cdot \sqrt{x+r} + k$ şeklinde tanımlı g fonksiyonunun grafiği aşağıdaki adımlar uygulanarak çizilebilir.

1. **adım:** $f(x) = \sqrt{x}$ referans fonksiyonunun grafiği x eksenini boyunca negatif yönde r birim ötelenerek $m(x) = \sqrt{x+r}$ fonksiyonunun grafiği çizilir.
2. **adım:** $m(x) = \sqrt{x+r}$ fonksiyonunun değerlerini a katına eşleyen $n(x) = a \cdot \sqrt{x+r}$ fonksiyonunun grafiği çizilir.
3. **adım:** $n(x) = a \cdot \sqrt{x+r}$ fonksiyonunun grafik temsili y eksenini boyunca pozitif yönde k birim ötelenerek $g(x) = a \cdot \sqrt{x+r} + k$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

| Cebirsel Temsili | Grafik Temsili | |
|---------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| | $a > 0, r > 0, k > 0$ | $a < 0, r > 0, k > 0$ |
| $g(x) = a \cdot \sqrt{x+r} + k$ | | |

► $a, r, k \in \mathbb{R}; a \neq 0$ olmak üzere değer kümesi gerçel sayılar olan $g(x) = a \cdot \sqrt{x+r} + k$ karekök fonksiyonunun $a > 0$ ve $a < 0$ durumlarındaki nitel özellikleri aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

| Nitel Özellikler | $a > 0$ | $a < 0$ |
|----------------------|----------------|----------------|
| Tanım Kümesi | $[-r, \infty)$ | $[-r, \infty)$ |
| Görüntü Kümesi | $[k, \infty)$ | $(-\infty, k]$ |
| Azalan Olduğu Aralık | yoktur | $[-r, \infty)$ |
| Artan Olduğu Aralık | $[-r, \infty)$ | yoktur |
| Minimum Noktası | $(-r, k)$ | yoktur |
| Maksimum Noktası | yoktur | $(-r, k)$ |
| Bire Birliği | bire birdir | bire birdir |
| Örtenliği | örten değildir | örten değildir |



Bağlam Temelli Maarif Soru

Bir marangoz dekoratif bir pencerenin alt ve üst kenarlarını

$$f: [4, \infty) \rightarrow [0, \infty), f(x) = \sqrt{x-4}$$

$$g: [4, \infty) \rightarrow (-\infty, 0], g(x) = -\sqrt{x-4}$$

fonksiyonlarıyla modellemiştir.

Marangoz pencerenin kenarlarında belirlediği $A(5, f(5))$, $B(5, g(5))$, $C(13, f(13))$, $D(13, g(13))$ noktalarının birleşmesiyle oluşan ABCD dörtgensel bölgesini camla kaplamak istemektedir.

Buna göre

a. **f ve g fonksiyonlarının grafiklerini aynı koordinat sisteminde çiziniz.**

b. **Cam bölmenin alanının kaç birim kare olduğunu bulunuz.**



✓ Neler Öğrendik

► $a, r, k \in \mathbb{R}; a \neq 0$ olmak üzere gerçekte sayılarda $f(x) = \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) şeklinde tanımlı rasyonel referans fonksiyonundan türetilen $g(x) = a \cdot \frac{1}{x+r} + k$ fonksiyonunun grafiği aşağıdaki adımlar uygulanarak çizilebilir.

1. **adım:** $f(x) = \frac{1}{x}$ referans fonksiyonunun grafiği x eksenini boyunca negatif yönde r birim ($r > 0$) ötelenerek $m(x) = \frac{1}{x+r}$ fonksiyonunun grafiği çizilir.
2. **adım:** $m(x) = \frac{1}{x+r}$ fonksiyonunun değerlerini a katına eşleyen $n(x) = a \cdot \frac{1}{x+r}$ fonksiyonunun grafiği çizilir.
3. **adım:** $n(x) = a \cdot \frac{1}{x+r}$ fonksiyonunun grafik temsili y eksenini boyunca pozitif yönde k birim ($k > 0$) ötelenerek $g(x) = a \cdot \frac{1}{x+r} + k$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

| Fonksiyonun | | |
|------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Cebirsel Temsili | Grafik Temsili | |
| $g(x) = a \cdot \frac{1}{x+r} + k$ | $a > 0, r > 0, k > 0$ | $a < 0, r > 0, k > 0$ |
| | | |

► $a, r, k \in \mathbb{R}; a \neq 0$ olmak üzere değer kümesi gerçekte sayılar olan $g(x) = a \cdot \frac{1}{x+r} + k$ rasyonel fonksiyonunun $a > 0$ ve $a < 0$ durumlarındaki nitel özellikleri aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

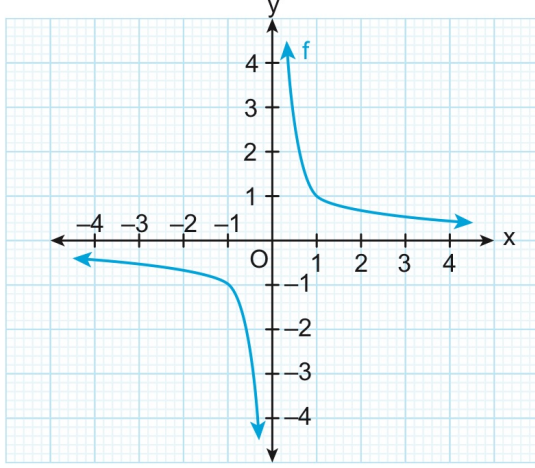
| Nitel Özellikleri | $a > 0$ | $a < 0$ |
|--------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Tanım Kümesi | $\mathbb{R} - \{-r\}$ | $\mathbb{R} - \{-r\}$ |
| Görüntü Kümesi | $\mathbb{R} - \{k\}$ | $\mathbb{R} - \{k\}$ |
| Azalan Olduğu Aralık | $(-\infty, -r) \cup (-r, \infty)$ | yoktur |
| Artan Olduğu Aralık | yoktur | $(-\infty, -r) \cup (-r, \infty)$ |
| Maksimum-Minimum Noktası | yoktur | yoktur |
| Bire Birliği | bire birdir | bire birdir |
| Örtenliği | örten değildir | örten değildir |



Bağlam Temelli Maarif Soru

Aşağıda $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = \frac{1}{x}$ rasyonel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre f fonksiyonundan türetilen $g(x) = \frac{2}{x-5} + 3$ rasyonel fonksiyonunun grafiğini aynı koordinat sistemine dönüşümler yardımıyla çizip nitel özellik tablosundaki boşlukları doldurunuz.



| Nitel Özellikler | |
|---------------------------|--|
| Tanım Kümesi | |
| Görüntü Kümesi | |
| Sıfırları | |
| İşareti | |
| Artanlığı-Azalanlığı | |
| Maksimum-Minimum Noktalar | |
| Bire Birliği | |
| Örtenliği | |
| Tekliği-Çiftliği | |

Aşağıda tanım kümeleriyle birlikte verilen fonksiyonların terslerinin cebirsel temsilini yazınız. Bu fonksiyonların terslerinin de birer fonksiyon olmasını sağlayan görüntü kümelerini bulunuz.

| Fonksiyonun Cebirsel Temsili | Tanım Kümesi | Görüntü Kümesi | Fonksiyonun Tersinin Cebirsel Temsili |
|------------------------------|----------------|----------------|---------------------------------------|
| $f(x) = (x - 4)^2$ | $[4, \infty)$ | | |
| $g(x) = x^2 + 5$ | $(-\infty, 0]$ | | |
| $h(x) = (x - 1)^2 + 4$ | $(-\infty, 1]$ | | |

| Fonksiyonun Cebirsel Temsili | Tanım Kümesi | Görüntü Kümesi | Fonksiyonun Tersinin Cebirsel Temsili |
|------------------------------|--------------|----------------|---------------------------------------|
| $f(x) = \sqrt{x} + 7$ | | | |
| $g(x) = \sqrt{x - 5}$ | | | |
| $h(x) = \sqrt{x + 3} - 4$ | | | |

✓ Neler Öğrendik

- Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olabilmesi için fonksiyon bire bir ve örten olmalıdır.
- Bir fonksiyonun tersinin grafiği, fonksiyonun grafiğinin $y = x$ doğrusuna göre simetriğidir.
- Fonksiyon ile tersinin tanım kümeleri ve görüntü kümeleri yer değiştirir.





✓ Neler Öğrendik

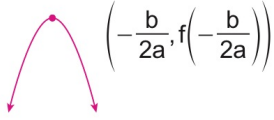
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun
- $a > 0$ ise minimum değeri ve minimum noktası vardır.



$$\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

- Minimum değeri: $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$
- Minimum noktası: $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

- $a < 0$ ise maksimum değeri ve maksimum noktası vardır.

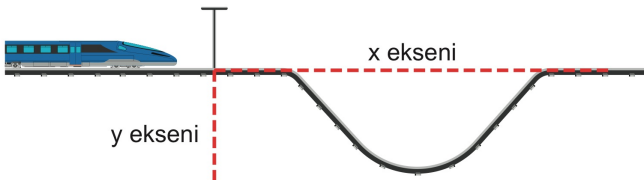


- Maksimum değeri: $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$
- Maksimum noktası: $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda $f(x) > 0$ veya $f(x) < 0$ eşitsizliğini sağlayan x değerleri işaret tablosu ile belirlenebilir.

Bağlam Temelli Maarif Soru

Bir raylı sistem projesinde, tren yolunun bir vadiden geçişi parabolik bir rota ile planlanmıştır. Şekilde verilen yatay zemin çizgisi x eksenini, elektrik direği boyunca zemine dik olan doğru, y eksenini olarak alınmıştır. Rayın yataydaki konumuna (m) bağlı olarak zemin seviyesine göre düşey konumu $f(x) = x^2 - 12x + 20$ fonksiyonuyla modellenmiştir.



Buna göre

- Rayın vadiye girdiği ve vadiden çıktığı noktaları bulunuz.
- Rayın zemin seviyesinden en fazla kaç metre derine indiğini belirleyiniz.

Bağlam Temelli Maarif Soru

Bir yazılım şirketi, A ve B mobil uygulamalarını pazarlamaktadır. Bu uygulamalardan günlük indirme sayısına (yüz adet) bağlı elde edilen kâr miktarları (TL) sırasıyla $a(x) = 10x - 20$ ve $b(x) = -5x^2 + 60x - 100$ fonksiyonlarıyla modellenmektedir.

Buna göre

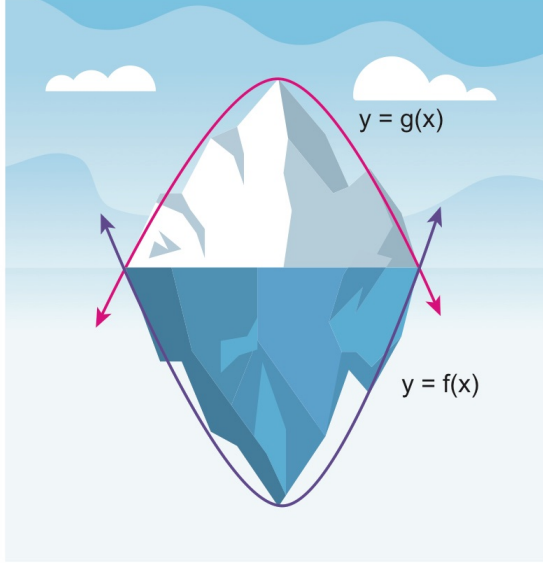
- B uygulamasının kâr miktarının maksimum olduğu günlük indirme sayısını bulunuz.
- Günlük kaç adet indirmede her iki uygulamadan eşit miktarda kâr elde edildiğini bulunuz.
- Hangi indirme aralığında A uygulamasının daha fazla miktarda kâr sağladığını bulunuz.





1

Aşağıda verilen buz dağı görselinde, yatay deniz yüzeyi x eksenini olarak alınmış; buz dağının su yüzeyine göre düşey konumu y koordinatıyla gösterilmiştir. Buz dağının profili suyun altında kalan ve suyun üstünde kalan iki ayrı parabolik bölümden oluşmaktadır.



Buz dağının yataydaki konumuna (m) bağlı olarak, suyun üstünde ve suyun altında kalan kısımlarının düşey konumları sırasıyla $g(x) = -x^2 + 12x - 27$ ve $f(x) = 2x^2 - 24x + 54$ fonksiyonlarıyla modellenmiştir.

Buna göre

- Buz dağının su altındaki kısmının ulaştığı derinliğin en fazla kaç m olduğunu bulunuz.
- Buz dağının su yüzeyinin üstündeki kısmının zirve yüksekliğini bulunuz.

2

Bir mağaza, sezon sonunda elinde kalan ürünleri toplu satış yaparak elden çıkarmak istemektedir. Ürünler, tanesi 1000 TL olmak üzere en az 40 adet satın alınmak koşuluyla satışa sunulmuştur. Müşteri 40 adedin üzerinde ürün alırsa, 40'tan fazla alınan her bir ürün için tüm ürünlere 10 TL indirim uygulanacaktır.

Buna göre

- Müşterinin aldığı ürün sayısına bağlı olarak toplam geliri ifade eden fonksiyonu yazınız.
- Toplam gelirin maksimum olabilmesi için kaç adet ürün satılması gerektiğini bulunuz.
- Mağazanın elde edebileceği gelirin en fazla kaç TL olabileceğini bulunuz.
- Mağazanın bu satıştan 48.000 TL gelir elde edebilmesi için en az kaç ürün satması gerektiğini bulunuz.
- Müşterinin 48 000 TL bütçe ile en fazla kaç adet ürün satın alabileceğini bulunuz.



3

Basınç, bir yüzeye uygulanan kuvvetin o yüzeyin alanına oranını gösteren bir büyüklüktür ve P (pascal cinsinden) ile ifade edilir. Uygulanan kuvvet F (newton) ve kuvvetin uygulandığı yüzey alanı A (metrekare) olmak üzere, basıncın matematiksel formülü $P = \frac{F}{A}$ şeklindedir.

20 newton'luk sabit bir kuvvet uygulanarak yapılan bir deneyde, kuvvetin uygulandığı yüzey alanı değişmektedir.

Yüzey alanına bağlı basınç fonksiyonu $f(A)$ olmak üzere

a. f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

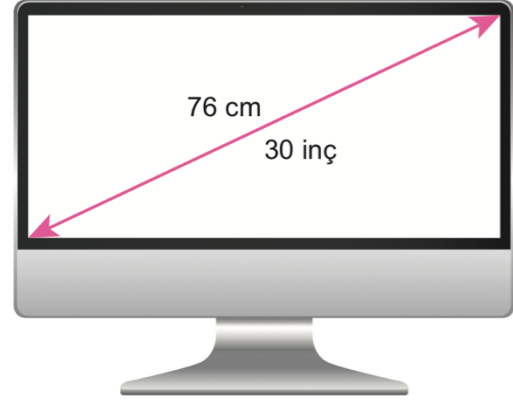
b. $A \in [0,2, 2]$ aralığında fonksiyonun alabileceği maksimum ve minimum değerleri bulunuz ve görüntü kümesini yazınız.

4

İnç, özellikle televizyon, bilgisayar ve tablet gibi cihazların ekran büyüklüklerini belirtmede kullanılan bir uzunluk birimidir.

1 inç 2,54 cm'dir. Dikdörtgen biçimindeki ekranlarda büyüklük genellikle köşegen uzunluğu ile ifade edilir.

Örneğin 30 inçlik bir ekranın köşegen uzunluğu $30 \cdot 2,54 \approx 76$ cm'dir.



Bir teknoloji firması, kısa kenarı 60 cm, uzun kenarı \sqrt{x} cm olan dikdörtgen biçiminde bir ekranın köşegen uzunluğunu, uzun kenarın karesine bağlı olarak f fonksiyonuyla modellemiştir.

Buna göre

a. f fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.

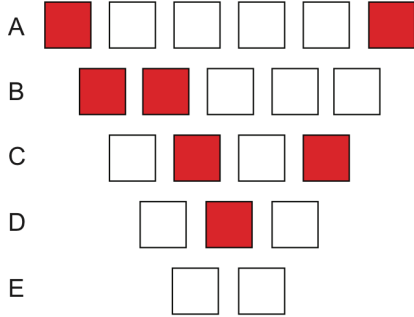
b. f fonksiyonunun grafik temsilini çiziniz.

c. $x = 4900$ için ekranın yaklaşık kaç inç olduğunu hesaplayınız.



5

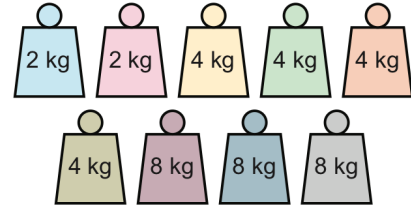
Aşağıdaki şekilde dolu koltukların kırmızı, boş koltukların beyaz ile gösterildiği bir tiyatro salonunun koltuk düzeni verilmiştir.



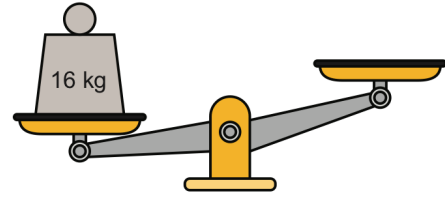
Buna göre bu tiyatro salonuna gelen Doruk ile Savaş salondaki boş koltuklara yan yana olmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

6

Aşağıda farklı renklerde üzerinde ağırlıkları yazan 9 tane ağırlık verilmiştir.



Rüzgâr bu ağırlıkları kullanarak aşağıdaki eşit kollu teraziyi denge konumuna getirmek istiyor.



Buna göre Rüzgâr terazinin dengeye gelebilmesi için ağırlıkları kaç farklı biçimde boş kefeye koyabilir?